Anexa 1

A1. Valori standardizate de rezistențe

Intr-o decadă (valori de la 1 la 10) numărul de valori standardizate de rezistențe depinde de clasa de toleranță din care fac parte rezistoarele. Prin adăugarea unui număr convenabil de zerouri la valorile dintr-o decadă, se poate obține orice valoare din clasa de toleranță selectată.

Valorile standardizate de rezistențe cu toleranța de **5%** şi **10%** (valorile îngroşate), conform STAS 6838-78, se prezintă în **tabelul A1.1**.

Tabelul A1.1

1,0	1,1	**1,2**	1,3	**1,5**	1,6	**1,8**	2,0	**2,2**	2,4	**2,7**	3,0
3,3	3,6	**3,9**	4,3	**4,7**	5,1	**5,6**	6,2	**6,8**	7,5	**8,2**	9,1

Exemplul A1.1. Să se determine valorile standardizate de rezistențe, cu toleranța de 5% şi 10%, din domeniul de rezistențe $7 \div 17k\Omega$.

Rezolvare: Consultând tabelul A1.1 rezultă:

- rezistoare cu toleranța de 5%: 7,5kΩ, 8,2kΩ, 9,1kΩ, 10kΩ, 11kΩ, 12kΩ, 13kΩ, 15kΩ şi 16kΩ.
- rezistoare cu toleranța de 10%: 8,2kΩ, 10kΩ, 12kΩ şi15kΩ.

Valorile standardizate de rezistențe cu toleranța de **1%**, conform STAS 6838-78, se prezintă în **tabelul A1.2**.

Tabelul A1.2

1,00	1,02	1,05	1,07	1,10	1,13	1,15	1,18	1,21	1,24	1,27	1,30
1,33	1,37	1,40	1,43	1,47	1,50	1,54	1,58	1,62	1,65	1,69	1,74
1,78	1,82	1,87	1,91	1,96	2,00	2,05	2,10	2,15	2,21	2,26	2,32
2,37	2,43	2,49	2,55	2,61	2,67	2,74	2,80	2,87	2,94	3,01	3,09
3,16	3,24	3,32	3,40	3,48	3,57	3,65	3,74	3,83	3,92	4,02	4,12
4,22	4,32	4,42	4,53	4,64	4,75	4,87	4,99	5,11	5,23	5,36	5,49
5,62	5,76	5,90	6,04	6,19	6,34	6,49	6,65	6,81	6,98	7,15	7,32
7,50	7,68	7,87	8,06	8,25	8,45	8,66	8,87	9,09	9,31	9,53	9,76

Anexa 2

A2. Caracteristici BODE

A.2.1 Introducere

Caracteristicile Bode reprezintă o metodă aproximativă de trasare rapidă a caracteristicilor de frecvență, adică a dependențelor modulului şi fazei de frecvența semnalului prelucrat. Metoda se bazează pe folosirea funcției logaritmice, iar modulul şi faza se reprezintă în funcție de logaritmul frecvenței.

Avantajul utilizării logaritmiului funcției de transfer se poate evidenția pe exemplul următor. Se presupune o funcție de transfer de forma:

$$F(j\omega) = \frac{K(1+j\omega\tau_1)(1+j\omega\tau_3)}{(j\omega)^n(1+j\omega\tau_2)(1+j\omega\tau_4)} \qquad \text{(A2.1)}$$

care poate fi scrisă sub forma polară astfel:

$$F(j\omega) = \frac{K\sqrt{1+(\omega\tau_1)^2}\sqrt{1+(\omega\tau_3)^2}}{\omega^n\sqrt{1+(\omega\tau_3)^2}\sqrt{1+(\omega\tau_4)^2}} e^{j[arctg\omega\tau_1 + arctg\omega\tau_3 - arctg\omega\tau_2 - arctg\omega\tau_4 - n90^{\circ}]} = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} \qquad \text{(A2.2)}$$

unde A(ω) reprezintă modulul sau amplitudinea lui F(jω) iar φ(ω) este unghiul de fază corespunzător. Aplicând logaritmul în baza **e** relației (A2.2) rezultă:

$$\ln F(j\omega) = \ln A(j\omega)e^{j\varphi(\omega)} = \ln A(\omega) + j\varphi(\omega) \qquad \text{(A2.3)}$$

unde

$$\ln A(\omega) = \ln K + \ln\sqrt{1+(\omega\tau_1)^2} + \ln\sqrt{1+(\omega\tau_3)^2} - \ln\omega^n - \ln\sqrt{1+(\omega\tau_2)^2} - \ln\sqrt{1+(\omega\tau_4)^2} \qquad \text{(A2.4)}$$

şi

$$\varphi(\omega) = arctg\omega\tau_1 + arctg\omega\tau_3 - n90^{\circ} - arctg\omega\tau_2 - arctg\omega\tau_4 \qquad \text{(A2.5)}$$

Expresia (A2.4) poate fi exprimată în dB dacă se înmulțeşte cu 20/2,3. Deoarece $\ln x = \lg x \ln 10 = 2,3\lg x$, lgx reprezentând logaritmul în baza zece, rezultă că $20\lg x = (20/2,3)\ln x$.

Expresiile (A2.4) şi (A2.5) conduc la următoarele concluzii importante:

- *modulul total în dB al unei funcții de transfer se determină prin însumarea algebrică a valorilor modulelor în dB ale factorilor funcției de transfer;*
- *unghiul de fază se determină prin însumarea algebrică a argumentelor fiecărui factor al funcției de transfer.*

A.2.2 Caracteristicile Bode ale funcțiilor de transfer uzuale

Funcțiile de transfer mai des întâlnite sunt:

- factori independenți de frecvență;
- factori corespunzători unor zerouri sau poli simpli în origine;
- factori liniari corespunzători unor zerouri simple;
- factori liniari corespunzători unor poli simpli;

Pentru trasarea caracteristicilor asimptotice ale răspunsului în frecvență pentru aceşti factori, se consideră pentru frecvență o scară logaritmică în lungul axei absciselor iar pentru modul în dB sau unghiul de fază în grade, o sacră liniară în lungul axei ordonatelor.

A.2.2.1 Factori independenți de frecvență, K

Factorii independenți de frecvență reprezintă produsul tuturor termenilor independenți de frecvență ai funcției de transfer. Se reprezintă grafic pe baza relației:

$$K_{db} = 20\lg K \qquad \text{(A2.6)}$$

Pentru K pozitiv şi supraunitar, în fig.A2.1 se arată modul de reprezentare grafică a relaţiei (A2.6):

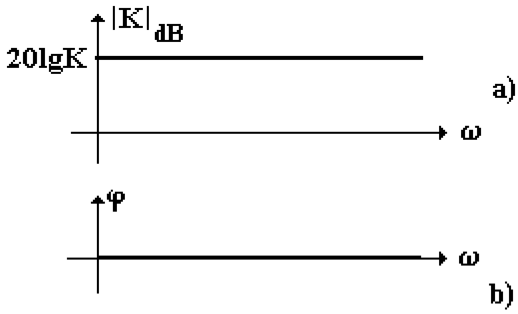

Fig. A2.1. *Caracteristicile de frecvenţă pentru un factor independent de frecvenţă (K>1)*
(a) Caracteristica amplitudine-frecvenţă.
(b) Caracteristica fază-frecvenţă.

A.2.2.2 Zerouri şi poli în origine, $(j\omega)^{\pm n}$

Semnul + se consideră pentru zerouri iar semnul **-** pentru poli. Litera **n** reprezintă ordinul zeroului sau polului.

Calculând logaritmul natural al acestor funcţii se obţine:

$$\ln(j\omega)^{\pm n} = \pm n \ln\omega \pm j \cdot n \cdot 90^{\circ} \qquad \text{(A2.7)}$$

Modulul în dB se scrie $\pm 20n\lg\omega$ iar unghiul de fază este $\pm n90°$.

Caracteristica amplitudine-frecvenţă este o dreaptă cu panta ±n20dB/dec, care intersectează axa absciselor în punctul $\omega=1$. Panta de ±n20dB/dec a caracteristicii amplitudine-frecvenţă s-a determinat calculând variaţia Δ a amplitudinii în dB pentru o variaţie a frecvenţei de o decadă (mărire sau micşorare a frecvenţei de 10 ori), între ω_1 şi ω_2:

$$\Delta_{dB} = 20(\lg\omega_2 - \lg\omega_1) = 20\lg\frac{\omega_2}{\omega_1} = 20\lg 10 = 20dB/dec \qquad \text{(A2.8)}$$

deoarece $\omega_2/\omega_1=10$ şi s-a considerat n=1.

Relaţia (A2.7) arată că unghiul de fază este independent de frecvenţă, deci constant şi egal cu $\pm n90°$.

Caracteristicile de frecvenţă s-au reprezentat în fig.A2.2, cu linie îngroşată fiind cele pentru poli multipli.

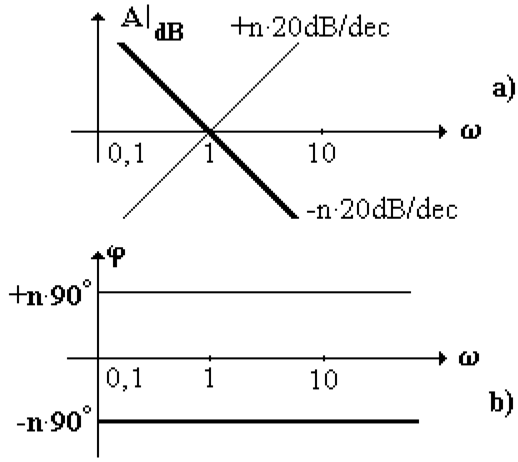

Fig. A2.2. *Caracteristicile de frecvenţă pentru un factor de forma* $(j\omega)^{\pm n}$
(a) Caracteristicile amplitudine-frecvenţă.
(b) Caracteristicile fază-frecvenţă.

A.2.2.3 Factori liniari corespunzând unor zerouri simple, $1+j\omega\tau_1$

Pentru $\omega\tau_1 \ll 1$, rezultă:

$$20\lg\left|1 + j\omega\tau_1\right| \cong 20\lg 1 = 0dB \qquad \text{(A2.9)}$$

adică pentru valori reduse ale frecvenţei semnalului, modulul rămâne practic 0dB.

Pentru valori mari ale frecvenţei semnalului, când $\omega\tau_1 \gg 1$,

$$20\lg\left|1+j\omega\tau_1\right| \cong 20\lg\omega\tau_1 \qquad \text{(A2.10)}$$

şi sunt de forma unui factor $j\omega\tau_1$. Pentru frecvenţe suficient de mari, panta caracteristicii de frecvenţă este de 20dB/dec. Dreapta cu panta de 20dB/dec reprezintă o asimptotă a caracteristicii amplitudine-frecvenţă şi intersectează axa absciselor (0dB) în punctul în care $\omega\tau_1=1$, adică $\omega=1/\tau_1$. Punctul $\omega=1/\tau_1$ este denumit **punct de frângere a caracteristicii** iar frecvenţa corespunzătoare **frecvenţă de frângere**. Caracteristica asimptotică amplitudine-frecvenţă este formată din cele două drepte care se întâlnesc în punctul $\omega=1/\tau_1$, una în lungul axei de 0dB şi cealaltă de pantă +20dB/dec (fig.A2.3).

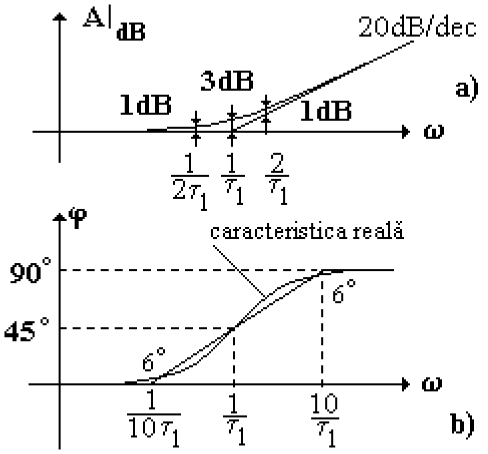

Fig. A2.3. *Caracteristicile de frecvenţă pentru un factor de forma* $(1+j\omega\tau_1)$
(a) Caracteristica amplitudine-frecvenţă.
(b) Caracteristica fază-frecvenţă.

Caracteristica logaritmică (reală) amplitudine-frecvenţă deviază faţă de caracteristica asimptotică astfel: la o pulsaţie egală cu cea de frângere trece cu 3dB mai sus de dreptele asimptotice, iar la pulsaţii diferite cu o octavă de cea de frângere (frecvenţe care reprezintă jumătate, respectiv dublul frecvenţei de frângere) devierea este de aproximativ 1dB. Aceste deviaţii se pot calcula prin evaluarea modulelor în dB ale factorului $(1+j\omega\tau_1)$ la pulsaţia de frângere, la o pulsaţie pe jumătate şi la o pulsaţie dublă:

- la $\omega=1/\tau_1$, $20\lg\left|1+j\cdot 1\right| = 20\lg\sqrt{2} = 3dB$, corespunzând unei deviaţii de 3dB de la caracteristica asimptotică;
- la $\omega=1/(2\tau_1)$, $20\lg\left|1+j\frac{1}{2}\right| = 20\lg\sqrt{\frac{5}{4}} = 0,969dB$, corespunzând unei deviaţii de aproximativ 1dB de la asimptotă;
- la $\omega=2/\tau_1$, $20\lg\left|1+j\cdot 2\right| = 20\lg\sqrt{5} = 6,99dB$.

Deoarece exprimările 20dB/dec şi 6dB/oct sunt echivalente, iar la pulsaţia $\omega=2/\tau_1$ caracteristica are deja +6dB, rezultă că devierea va fi 6,99-6≈1dB.

Pentru a trasa caracteristica amplitudine frecvenţă se determină mai întâi pulsaţia de frângere. Apoi se trasează spre domeniul frecvenţelor înalte o dreaptă cu panta de +20dB/dec care trece prin punctul de frângere şi din acelaşi punct, spre frecvenţe joase, o dreaptă în lungul axei de 0dB.

Unghiul de fază corespunzător unui zero simplu are expresia:

$$\varphi = arctg\omega\tau_1 \qquad \text{(A2.11)}$$

Pentru pulsaţia de frângere, $\omega\tau_1=1$, ordonata curbei este de 45°. Caracteristica fază-frecvenţă reprezintă chiar funcţia **arc tg** care se poate trasa uşor utilizând o curbă aproximativă şi anume o dreaptă care trece prin zero grade la o zecime din pulsaţia de frângere şi prin 90° la o pulsaţie de 10 ori cât cea de frângere.

Deviaţia maximă a curbei faţă de această reprezentare asimptotică este de numai 6° pentru pulsaţii depărtate cu o decadă de cea de frângere.

Pentru a trasa caracteristica fază-frecvenţă se fixează mai întâi pe caracteristică punctul corespunzător pulsaţiei de frângere $\omega=1/\tau_1$ şi un al doilea punct cu pulsaţia mai mică cu o decadă,

$\omega_1=1/(10\tau_1)$. Apoi se trasează un segment de dreaptă cu panta de +45°/dec care începe în punctul ω_1 până atinge 90°. După aceea caracteristica prezintă un palier.

A.2.2.4 Factori liniari corespunzând unor poli simpli, $1/(1+j\omega\tau_2)$

Caracteristicile de frecvență pentru factorul corespunzător unui pol simplu sunt similare cu cele pentru un factor corespunzător unui zero simplu, cu deosebirea că primele sunt simetricele ultimelor în raport cu axa absciselor, deoarece:

$$\ln\frac{1}{1+j\omega\tau_2}=-\ln(1+j\omega\tau_2) \qquad \text{(A2.12)}$$

In fig.A2.4 se prezintă caracteristicile de frecvență pentru factorul corespunzător unui pol simplu.

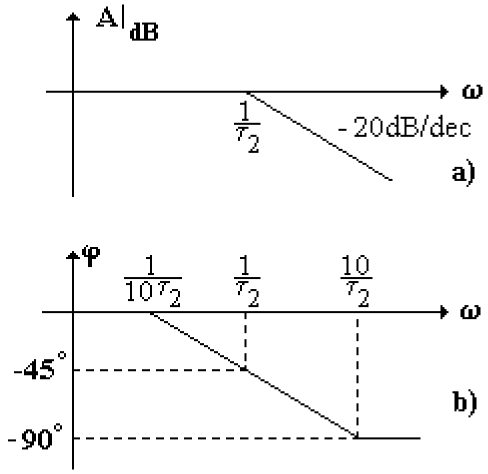

Fig. A2.3. *Caracteristicile de frecvență pentru un factor de forma* $1/(1+j\omega\tau_2)$
(a) Caracteristica amplitudine-frecvență.
(b) Caracteristica fază-frecvență.

A.2.2.5 Zerouri sau poli de ordin superior

Caracteristicile de frecvență ale unor factori de forma $(1+j\omega\tau)^{\pm n}$ pot fi trasate generalizând rezultatele obținute anterior la subpunctele A.2.2.3 şi A2.2.4. Astfel, panta caracteristicii amplitudine-frecvență corespunzătoare asimptotei de înaltă frecvență va fi ±n20dB/decadă, **n** fiind ordinul zeroului sau polului. Unghiul de fază va fi ±n45° în dreptul pulsației de frângere iar la frecvențe mari va fi ±n90°.